

(2) 超磁歪技術 Q&A 形式での備忘録 (比較的上級者向け)

超磁歪技術に関わる単位

<力学系単位>

Q1: 磁歪と歪みは同じ意味か?

A: 否。磁歪 と歪み = L/L は次式の関係にある。

$$= \times 10^6 \text{ [ppm]}$$

つまり、磁歪効果に起因する歪みを ppm で表現したものが磁歪である。下記参照。

磁歪 : 40 ~ 2,000 [ppm]

歪み : $4 \times 10^{-5} \sim 2 \times 10^{-3}$ (無次元)

Q1 b: 磁歪と歪みは同じ意味か?

A: 否。磁歪 は、磁界中で生ずる弾性的な歪み を百万分率[ppm]で表現したものである。

一般に、機械的な歪みはppm表記をとらない。

Q1 c: 歪み量と歪みは同じ意味か?

A: 否。歪み量は、元の長さからの変化量 L [m, μ m, nm]そのもので長さの単位であるのに

対し、歪みは、変化量を元の長さで除した比($= L/L$)で無次元である。

Q2: 力の単位は?

A: [N] = [kg \cdot m/s²]である。ちなみに、1[N]は、質量 1[kg]の物体に 1[m/s²]の加速度がかかることである。質量 10[kg]の物体に 0.1[m/s²]の加速度がかかる場合も力は同じ 1[N]である。

Q3: エネルギーの単位は?

A: [J] = [N \cdot m] = [kg \cdot m²/s²]である。ちなみに、1[J]は、前述 Q2において、質量 1[kg]の物体が 1[m/s²]の加速度で 1[m]動くに要するエネルギーである。

Q4: 圧力の単位は?

A: [Pa] = [N/m²] = [(kg \cdot m/s²)/m²] kg/(m \cdot s²)である。ちなみに、1[MPa] は 10⁶ [N/m²]である。

Q4 b: 超磁歪アクチュエータには、標準的に約 7 [MPa]のPre-stressがかかっているが[kgf/mm²]表記ではいくらになるか?

A: 7 [MPa] 7×10^6 [N/m²] 7×10^6 [(kg \cdot m/s²)/m²]

$$7 \times 10^6[(\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2)/\text{m}^2] / 9.81[\text{m}/\text{s}^2] = 0.714 \times 10^6 [\text{kgf}/\text{m}^2] = 0.714 [\text{kgf}/\text{mm}^2] \text{である。}$$

Q6: 1 [ksi] は何 [kgf/mm²]か?

A: 1 [ksi] は 1,000 [lb/in²]のことで、[kgf] には次のように換算される。

1 [lb] = 0.454 [kg] および 1 [in] = 25.4 [mm] なので、

$$1 [\text{ksi}] = 0.454 \times 1000 / 25.4^2 = 0.704 [\text{kgf}/\text{mm}^2] \text{である。}$$

Q6 b: 1 [ksi]は何 MPa か?

A: 1 [ksi] とは、本来 1ksi と記述されるべきであろうが、慣習的に 1 [キロポンド/(インチ)²]のことである。つまり、1 [ksi] $0.454 \times 1000 / 25.4^2 = 0.704[\text{kgf}/\text{mm}^2] = 0.704 \times 10^6 [\text{kgf}/\text{m}^2]$

$$0.704 \times 10^6 [\text{kgf}/\text{m}^2] \times 9.81[\text{m}/\text{s}^2] = 0.704 \times 10^6 \times 9.81 [(\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2)/\text{m}^2] = 6.91 \times 10^6 [\text{N}/\text{m}^2]$$

= 6.91 [MPa]である。

Q6c: 外径50mm、内径40mmの円筒状T-Dロッドの圧縮強度は？

A: T-Dの単位面積当りの圧縮強度は、 700×10^6 [N/m²]なので、これと円筒状T-Dロッドの断面積との積が求める圧縮強度となる。

$$\begin{aligned} & \text{すなわち、} 700 \times 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \times \{(0.05/2)^2 - (0.04/2)^2\} \text{ [m}^2\text{]} \\ & = 700 \times 10^6 \times (\pi/4) \times (0.05^2 - 0.04^2) \text{ [N]} \\ & = 495,000 \text{ [N]} = 50.5 \text{ [Ton]} \end{aligned}$$

つまり、当該円筒状T-Dロッド端面に前述の50.5 [Ton]を超える圧縮力が加わるとT-Dロッドは破壊することを意味する。

Q6d: 外径50mm、内径40mmの中空(円筒状)のT-Dロッドに2.5[Ton]の加重Pをかけた場合、ロッドにかかる応力は何[N/m²]か？

$$\begin{aligned} \text{A: } P \text{ [N]} &= 2.5 \text{ [Ton]} \times 1000 \text{ [kg/Ton]} \times 9.81 \text{ [N/kg]} = 24,525 \text{ [N]} \\ \text{[N/m}^2\text{]} &= 24,525 \text{ [N]} / S \text{ [m}^2\text{]} = 24,525 \text{ [N]} / \{(\pi/4) \times (0.05^2 - 0.04^2)\} \text{ [m}^2\text{]} \\ &= 35 \times 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} \text{である。ここで、} S \text{ [m}^2\text{]} \text{: 円筒ロッドの断面積である。} \end{aligned}$$

Q9: T-Dの剛性値(Stiffness)の求め方は？

$$\begin{aligned} \text{A: 剛性値(Stiffness)} K \text{ [N/m]} &= S \text{ [m}^2\text{]} \times E \text{ [N/m}^2\text{]} / L \text{ [m]} \\ & \text{ここで、} S \text{ はT-Dロッドの断面積、} E \text{ はヤング率、} L \text{ はロッド長である。} \end{aligned}$$

Q10: ポアソン比(Poisson's ratio)とは何か？

A: 一様な棒の両端に力を加えて伸び(または縮み)の弾性変形を与えると、長さ方向の変形、棒中央部断面での直角方向の変形としたとき、 ν は物質に固有の値をとる。 $\nu = \Delta d / d$ この ν をポアソン比と言う。

Q11: ヤング率(Young's modulus)とは？

A: 弾性率の一種で、縦弾性率あるいは伸び弾性率ともいう。
一様な棒に弾性域内で、引張り応力または圧縮応力を与えた場合、 $T = E \cdot \Delta L$ なる関係が成り立つ。この際の定数Eをヤング率[N/m²]という。

ここで、T: 応力 [N/m²]、 ΔL : 歪み [m/m 無次元]である。

なお、一般にヤング率は物質に固有とされるが、超磁歪材料においては磁界中可変となる。

Q11b: ヤング率と弾性コンプライアンスとの関係は？

A: ヤング率: Y^H 、弾性コンプライアンス: s^H として $s^H = 1/Y^H$ の関係にある。
具体的な例で、T-Dの磁界H = 0におけるヤング率 Y^H は約 2.65×10^{10} [N/m²]なので、
 $s^H = 1/Y^H = 1/(2.65 \times 10^{10})$ [m²/N] = 0.377×10^{-10} [m²/N]となる。

Q11c: T-Dのヤング率E = 2.65×10^{10} [N/m²]としてロッドに 35×10^6 [N/m²]の圧縮応力を与えると、圧縮歪 ϵ_{comp} は何[ppm]となるか？

$$\begin{aligned} \text{A: } \epsilon_{\text{comp}} &= - \text{[N/m}^2\text{]} / E \text{ [N/m}^2\text{]} = -35 \times 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]} / (2.65 \times 10^{10}) \text{ [N/m}^2\text{]} \\ &= -0.00132 \text{ また、} \epsilon_{\text{comp}} = -1.32 \times 10^6 \text{ [ppm]} \text{だから、} \\ &= -0.00132 \times 10^6 = -1,320 \text{ [ppm]} \text{となる。 (注)歪に[ppm]表記は一般的ではない。} \end{aligned}$$

<電磁気学系単位>

Q15: 電力と電力量の違いは?

A: 電力とは1秒当たりの電気エネルギーのことで単位は、[Watt W] = [Joule/sec J/s]である。
次に、電力量とは電気エネルギーの消費量のことであり、電力量 = $P \cdot t$ の関係にあり、一般に [kW・時 kW・h]で示されることが多い。

Q16: 力率(Power factor)とは?

A: エネルギーが正弦波関数で示される2つの量の積で与えられるとき、両者の位相を θ として $\cos \theta$ が力率である。例えば、交流平均電力は、 $E_e \cdot I_e \cos \theta$ である。

ここで、 E_e : 電圧実効値、 I_e : 電流実効値である。

力率すなわち $\cos \theta$ が1に近いほどエネルギー損失は少ない。

Q17: 磁界Hの単位は?

A: 磁界H [A/m]である。また、慣習的に[Oe]が用いられることも多い。

$1[A/m] = 4 \pi / 10^3 [Oe] = 0.0126 [Oe]$ である。

Q17b: 磁界1[Oe]は何[A/m]か?

A: $1 [Oe] = 10^3 / (4 \pi) [A/m] = 79.6 [A/m]$ である。

Q20: 磁束の単位は?

A: 磁束 [Wb]である。 $1[Wb] = 1[V \cdot \text{sec} = V \cdot s]$ でもある。

Q20b: 磁束密度 B の単位は?

A: 磁束密度 B [Tesla = Wb/m²]である。また、慣習的に[Gauss G]が用いられることも多い。

$1[\text{Tesla T} = \text{Wb}/\text{m}^2] = 10,000 [G]$

$1[T = \text{Wb}/\text{m}^2] = 1 [N/(\text{A} \cdot \text{m})]$ でもある。

Q22: 磁気エネルギー積 B·H の単位は?

A: $B \cdot H [Wb/m^2 \cdot (A/m)] = [Wb \cdot A/m^3] = [A \cdot V \cdot s/m^3] = [W \cdot s/m^3] = [J/m^3]$ である。また、慣習的に[G·Oe] が用いられることも多い。 前述Q15参照

Q22b: 磁気エネルギー積で40 [MG·Oe]は、[J/m³]表記ではいくらになるか?

A: $40 [MG \cdot Oe] = 40 \times 10^6 [G \cdot Oe] = 40 \times 10^6 \times 10^{-4} [T \cdot Wb/m^2] \times 10^3 / (4 \pi) [A/m]$
 $= 3.18 \times 10^5 [Wb \cdot A/m^3] = 3.18 \times 10^5 [A \cdot V \cdot s/m^3] = 3.18 \times 10^5 [W \cdot s/m^3] = 3.18 \times 10^5 [J/m^3] = 318 [kJ/m^3]$ である。

Q25: 自己インダクタンス L の単位は?

A: 自己インダクタンス L [Henry H] = [Wb/A]である。

$1[H] = 1[Wb/A] = 1[V \cdot s/A]$ でもある。

Q25b: 相互インダクタンス M の単位は?

A: 相互インダクタンス M [H] = [Wb/A]である。

$1[H] = 1[Wb/A] = 1[V \cdot s/A]$ でもある。

Q27: 真空透磁率 μ_0 の単位は?

A: [H/m H/m]である。ちなみに、CGS単位では、 $\mu_0 = 1$ で無次元量となる。

Q27b: 真空中の透磁率は？

A: $\mu_0 = 4 \times 10^{-7}$ [H/m]

Q27c: 真空中の透磁率は？

A: $\mu_0 = 1/(c^2 \epsilon_0) = 4 \times 10^{-7}$ [N/A²]

ここで、 $c = 2.998 \times 10^8$ [m/s] (真空中の光速)

$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ [A²s²/(N·m²)] (真空中の誘電率 permittivity)

Q28: 絶対透磁率(超磁歪材料等の対象とする物質の透磁率) μ の単位は？

A: 真空透磁率 μ_0 の単位と同じ [H/m] である。ちなみに、CGS 単位では無次元であり、CGS から SI 単位に変換する場合は、 $\mu = 1 = 4 \times 10^{-7}$ [H/m] = 1.25664×10^{-6} [H/m] となる。

Q28b: 比透磁率 μ_r の定義は？

A: 比透磁率 μ_r は、絶対透磁率(対象とする物質の透磁率) μ を前述の Q27 に示す真空透磁率 μ_0 で除した値で、 $\mu_r = \mu / \mu_0$ であり、無次元となる。

Q28c: 比透磁率(relative permeability)とは？

A: 一般に透磁率と呼ばれるもので、材料の初磁化曲線(B-H特性)における勾配(B/H)のことである。CGS 単位では、真空中の透磁率を1とした比較(無次元)で表現するので比透磁率と呼ばれる。比透磁率が大きいほど材料は磁化し易く、逆に、小さいほど磁化しにくい、あるいは磁気の影響を受けないいわゆる非磁性(物理用語ではない)である。比透磁率の最小値は、 $\mu_r = \mu / \mu_0 = 1/1 = 1$ である。ちなみに、T-D の Prestress 7 [MPa] 時の比透磁率は、 $\mu_r = 9.2$ である。

なお、比透磁率を電磁力計算に必要な絶対透磁率で表現するならば T-D の場合は、 $\mu = 9.2 \times \mu_0 = 9.2 \times 4 \times 10^{-7} = 1.16 \times 10^{-5}$ [H/m] である。

Q29: 磁気抵抗(Magnetic reluctance)とは？

A: 磁気回路における電気抵抗に相当する物理量のことであり、式(1)で示される。

$$R_{mi} = L_i / (\mu_i A_i) \quad [(A/Wb) \cdot H^{-1}] \quad (1)$$

ここで、 R_{mi} : 回路 i の磁気抵抗、 L_i : 回路 i の長さ(平均磁路長) [m]、

μ_i : 回路 i の透磁率 [H/m] [Wb/(A·m)]、 A_i : 回路 i の断面積[m²]である。

Q29b: 磁気回路(Magnetic circuit)とは？

A: 磁束の流れを考えて設計した回路のことである。磁気回路は電流回路と極めて類似している。つまり、

Φ : 磁束 I : 電流

B : 磁束密度 J : 電流密度

H : 磁界 E : 電界

μ : 透磁率 σ : 電導率

R_m : 磁気抵抗 R : 電気抵抗

が対比できて、電気におけるオームの法則($I = E/R$)や下式に示すキルヒホッフの法則(Kirchhoff's law)に相当する関係式がある。

(1) 回路網内の任意の閉回路で $R \sum I_i = \sum E_i$

(2) 回路網内の任意の点で $\sum I_i = 0$

磁歪の諸効果

Q30: 磁歪 (Magnetostriction) とはどのような物理現象か？

A: ある種の磁性材料が外部磁界によって結晶格子が弾性変形 (膨張または収縮) する物理現象のことである。

Q30b: 磁歪とは何か？

A: ある種の磁性材料においては、外部より磁界を与えると材料自身が弾性変形することが知られる。この様に、磁気的な影響で金属結晶が弾性変形する物理現象を磁歪と称する。

Q30c: 磁歪の発見者は？

A: 19世紀半ばに、かの有名なJames Joule博士によって発見されている。彼の功績をたたえて、磁歪効果を「Joule効果」とも言う。

Q31: 磁歪効果とは？

A: 磁性材料が外部磁界によって結晶格子が弾性変形 (膨張または収縮) する物理現象のことである。磁歪効果は別名 Joule効果とも言われる。

Q35: 逆磁歪効果とは？

A: 磁歪材料を磁界中において、外部から機械的な歪みを加えると材料の磁化の強さが変化する物理現象のことである。別名Villari 効果とも言う。

Q38: 正磁歪とは？

A: 磁歪材料で、材料の長さ方向と平行な磁界中で、材料が長さ方向に伸びる現象である。具体的な材料系としては、 $TbFe_2$ 、 $DyFe_2$ 、 $HoFe_2$ 等が該当する。

Q39: 負磁歪とは？

A: 磁歪材料で、材料の長さ方向と平行な磁界中で、材料が長さ方向に縮む現象である。具体的な材料系としては、 $SmFe_2$ 、 $ErFe_2$ 、 $TmFe_2$ 等が該当する。

Q42: Joule 効果とは？

A: 材料の寸法が印加磁界の大きさによって変化することである。

Q44: Villari 効果とは？

A: 逆磁歪効果のことでQ35にて説明。

Q45: E効果とは？

A: 磁歪材料に磁界を与えると、磁界の強さに応じてヤング率が変化することである。

Q46: Wiedemann 効果とは？

A: 材料の軸方向と円周方向に同時に磁界を与えると、材料がねじれることである。

Q47: 逆Wiedemann 効果とは？

A: 材料にサーチコイルを巻いて磁界中におき、材料にねじれ変形を与えるとコイルに起電力が発生することである。

Q48: Sono-Chemistry とは？

A: 超音波振動エネルギーによって、物質の性状や分子構造を変化させる技術のことである。例えば、冷凍食品を超音波振動エネルギーで解凍したり、ゴムの炭化水素高分子連鎖同士を繋ぐ硫黄原子(S)の架橋を断ち切ってバラバラにしてスポンジ状にすることによって再生原料化できることで注目されている。後者はDevulcanization と呼ばれている。

最大 Dynamic force

Q50: 磁歪式アクチュエータ駆動時における最大 Dynamic force の求め方は？

A: 最大 Dynamic force は次式により求められる。

$$F_{D,max} = M \cdot \quad [N] \quad (1)$$

$$= X \cdot (2 f)^2 \quad [m/sec^2] \quad (2)$$

ここで、 $F_{D,max}$: 最大 Dynamic force [N]、 M : Dynamic mass [kg]、
: 加速度[m/sec²]、 X : peak-to-peak 変位の半値 [m]、 f : 周波数 [Hz]

Q51: 超磁歪アクチュエータにおいて、Dynamic mass: $M = 10 \times 10^{-3}$ [kg]、変位 $0 \sim 50 \mu m$ 、
駆動周波数 $f = 2000$ [Hz]時における最大 Dynamic force は？

A: 前述Q50 の式(1)、(2)より、

$$F_{D,max} = M \cdot \quad = M \cdot X \cdot (2 f)^2 \quad [N] \quad (3)$$

式(3)に X : peak-to-peak 変位の半値 = $(50/2) \times 10^{-6}$ [m]、 f : 周波数 = 2000 [Hz]
を代入して、 $F_{D,max} = M \cdot X \cdot (2 f)^2 = 10 \times 10^{-3} \times (50/2) \times 10^{-6} \times (2 \times 2 \times 10^3)^2$
= 39.4 [N] である。

磁歪素子の Blocked force

Q70: 磁歪素子において Blocked force とは？

A: Blocked force とは、磁歪素子に外部から磁歪による変位に抗する機械的圧縮応力を印加していくと、最終的に磁歪素子の変位できずに見かけ上変位ゼロになる。この変位ゼロせしめる外部からの機械的応力が Blocked force である。なお、Blocked force は磁歪式アクチュエータ設計における重要な指標のひとつである。

Q75: 磁歪素子の Blocked force の求め方は？

A: Blocked force は次式により求められる。

$$F_B = K \times \quad \times L \quad [N] \quad (1)$$

ここで、 F_B : Blocked force [N]、 K : 磁歪素子の剛性値(Stiffness) [N/m]、
: 無負荷時の歪 [m/m]、 L : 磁歪素子の長さ [m]である。

また、剛性値 K は次式で定義される。

$$K = A \times Y / L \quad [N/m] \quad (2)$$

ここで、 A : 磁歪素子の断面積 [m²]、 Y : 磁歪素子のヤング率 [N/m²]である。
式(1)に式(2)を代入して、

$$F_B = (A \times Y / L) \times \Delta L = A \times Y \times \epsilon \quad [N] \quad (3)$$

Q76: 超磁歪素子 Terfenol-D において、素子寸法: 10mm × 50mmL の Blocked force は?

A: 前述Q75の式(1)に剛性値: $K = A \times Y / L$ を代入した式(3)に、

超磁歪素子 Terfenol-D の断面積: $A = (10/2)^2 \times 10^{-6} \quad [m^2]$ 、

無負荷時の Terfenol-D の歪: $\epsilon = 1000 \times 10^{-6} \quad [m/m]$ 、

Terfenol-D のヤング率: $Y = 2.65 \times 10^{10} \quad [N/m^2]$ を代入して、

$$F_B = (10/2)^2 \times 10^{-6} \times 2.65 \times 10^{10} \times 1000 \times 10^{-6} = 2080 \quad [N] \quad \text{である。}$$

これは、分かり易くは、超磁歪素子 Terfenol-D で素子寸法: 10mm × 50mmL においては、外部から素子の軸方向に 2080 [N] = 212 [kgf] の圧縮応力を印加すると、磁歪による変位は出来なくなってしまうことを意味する。

固有振動数

Q80: 超磁歪アクチュエータの固有振動数を把握する意義は?

A: 超磁歪アクチュエータは、その固有振動数において機械的共振により巨大な出力変位が得られ、しかも駆動に要する電力負荷が大きくなることから、使用方法のひとつとして固有振動数による共振駆動が推奨される。他方、固有振動数以下での任意の周波数帯域において非共振駆動でも比較的大きな出力変位が得られることも超磁歪アクチュエータの特長であることから、実際に使用の大半は非共振駆動である。しかしながら、固有振動数を越えた周波数帯域においては、出力変位はほとんどゼロとなり投入電力が単に熱エネルギーとなっていたずらに消費されるだけとなる。したがって、超磁歪アクチュエータ設計に先立って、駆動させたい周波数帯域が必ず固有振動数以下になることを予め計算により確認することが大切であり、これを怠ると使用目的に沿わない残念な結果をもたらす場合もある。

Q81: 超磁歪アクチュエータの固有振動数の求め方は?

A: 超磁歪アクチュエータの固有振動数: f_n [Hz] は次式により求められる。

$$f_n = (1/2\pi) \times \{K_{rod} / (M + M_{pushrod} + M_{rod}/3)\}^{1/2} \quad [Hz] \quad (1)$$

ここで、 K_{rod} : 超磁歪素子 Terfenol-D の剛性値 (Stiffness) [N/m]、 $K_{rod} = A \times Y / L$ 、

A : Terfenol-D の断面積 [m²]、 Y : Terfenol-D のヤング率 [N/m²]、

L : Terfenol-D の長さ [m]、 M : Dynamic mass (動的質量) [kg]、

$M_{pushrod}$: プッシュロッドの質量 [kg]、 M_{rod} : Terfenol-D の質量 [kg] である。

Q82: 超磁歪アクチュエータにおいて、超磁歪素子寸法: 6mm × 25mmL、プッシュロッド質量 $M_{pushrod}$: 20×10^{-3} [kg]、動的質量 M : 10×10^{-3} [kg]、超磁歪素子 Terfenol-D のヤング率 Y : 2.65×10^{10} [N/m²] として、超磁歪アクチュエータの固有振動数は?

A: 前述Q81の式(1)により固有振動数を求めるに当り、先ず超磁歪素子 Terfenol-D の質量 M_{rod} を算出する。

$$M_{rod} = V \times \rho \quad [kg] \quad (2)$$

ここで、 V : 超磁歪素子 Terfenol-D の体積: $(6/2)^2 \times 25 \times 10^{-9} \quad [m^3]$ 、 ρ :

Terfenol-D の密度: 9250 [kg/m³] である。これらを式(2)に代入して、

$$M_{\text{rod}} = V \times \rho = (6/2)^2 \times 25 \times 10^{-9} \times 9250 = 6.54 \times 10^{-3} \text{ [kg]} \text{ である。}$$

次に Terfenol-D の剛性値 $K_{\text{rod}} = A \times Y/L = (6/2)^2 \times 10^{-6} \times 2.65 \times 10^{10} / (25 \times 10^{-3})$

$= 3 \times 10^7$ [N/m]であり、これらをQ81の式(1)に代入して、

$$f_n = (1/2) \times \{K_{\text{rod}} / (M + M_{\text{pushrod}} + M_{\text{rod}}/3)\}^{1/2}$$

$$= (1/2) \times \{3 \times 10^7 / (10 \times 10^{-3} + 20 \times 10^{-3} + 6.54 \times 10^{-3}/3)\}^{1/2}$$

$$= (1/2) \times \{3 \times 10^7 / (32.2 \times 10^{-3})\}^{1/2} = (1/2) \times 3.05 \times 10^4 = 4790 \text{ [Hz]}$$

したがって、求める超磁歪アクチュエータの固有振動数 f_n は 4790 [Hz] である。この意味するところは、当該アクチュエータは固有振動数 $f_n = 4790$ [Hz] にて振動させると機械的共振して大きな変位が得られることである。また、固有振動数を超えた周波数帯域にての駆動は、駆動に要する投入電力の大半が単に発熱によって消費されるだけでアクチュエータはほとんど出力変位せず意味のないことになる。

Q83: 超磁歪アクチュエータの固有振動数を高める方法は?

A: 前述Q81の式(1)により、超磁歪素子 Terfenol-D の剛性値を高めるためには、Terfenol-D の径を太くして断面積を大きくすることと素子の長さを短くすることが有効である。

さらに、動的質量、プッシュロッド質量、超磁歪素子の質量をそれぞれできるだけ小さくすることが有効である。

磁歪材料での電気・機械エネルギー変換の基本式

Q100: 磁歪材料での電気・機械エネルギー変換の基本式は?

A: 先ず、線形モデルで考える場合 IEEE,1990より、

$$B = d \cdot T + \mu^T \cdot H \quad [(N/m^2)/(A/m)] \quad (1)$$

$$S = s^H \cdot T + d \cdot H \quad [m/m] \quad (2)$$

ここで、B: 磁束密度 [(N/m²)/(A/m)] [N/(A·m)]、d: 磁歪定数 (d constant) [1/(A/m)]、

T: 機械的応力 [N/m²]、 μ^T : 透磁率 (T = 0 中測定) [N/A²]

(注) $\mu^T = \mu_r \cdot \mu_0 = \mu_r \times 4 \times 10^{-7}$ (μ_r : 磁歪素子の比透磁率)

H: 磁界の強さ [A/m]、S: 歪 [m/m]、 s^H : 弾性コンプライアンス (elastic compliance) (H = 0 中測定) [1/(N/m²)] である。なお、 $s^H = 1/E$ にて弾性率 E とは逆行列の関係にあり、実用上は、 $s^H = 1/Y^H$ (Y^H : H = 0 時のヤング率) である。

例えば、T = 0 の場合には、

$$B = \mu^T \cdot H \quad [(N/m^2)/(A/m)] \quad (3)$$

$$S = d \cdot H \quad [m/m] \quad (4)$$

式(3)において、 μ^T は磁歪素子に応力をかけない場合の透磁率である。

式(4)において、d は S - H 曲線の線形域の勾配である。

また、H = 0 の場合には、

$$B = d \cdot T \quad [(N/m^2)/(A/m)] \quad (5)$$

$$S = s^H \cdot T \quad [\text{m/m}] \quad (6)$$

次に、非線形モデルで考える場合には、式(1),(2)は以下ようになる。

$$B = d_{m-s} \cdot T H + \mu^T \cdot H + 1/2 S_{m-e} T^2 \cdot H \quad [(\text{N/m}^2)/(\text{A/m})] \quad (7)$$

$$S = s^H \cdot T + 1/2 d_{m-s} \cdot H^2 + 1/2 S_{m-e} T H^2 \quad [\text{m/m}] \quad (8)$$

ここで、 d_{m-s} :磁歪定数、 S_{m-e} :磁気弾性係数

具体例として、超磁歪素子Terfenol-Dにおいてモル比が $\text{Tb}_{0.3}\text{Dy}_{0.7}\text{Fe}_{1.93}$ の時の計算例では、

$$d_{m-s} = 0.18 \times 10^{-12} \quad [\text{m}^2/\text{A}]$$

$$S_{m-e} = 0.20 \times 10^{-12} \quad [\text{m}^2/(\text{A}^2\text{N/m}^2)]$$

$$s^H = 55 \times 10^{-12} \quad [1/(\text{N/m}^2)]$$

$$\mu^T = 63 \times 10^{-7} \quad [\text{N/A}^2]$$

これらを式(7),(8)に代入して、

$$B = 0.18 \times 10^{-12} \cdot T \cdot H + 63 \times 10^{-7} H + 1/2 \times 0.2 \times 10^{-20} \cdot T \cdot H^2 \quad [(\text{N/m}^2)/(\text{A/m})]$$

$$S = 55 \times 10^{-12} T + 1/2 \times 0.18 \times 10^{-12} H^2 + 1/2 \times 0.2 \times 10^{-20} \cdot T \cdot H^2 \quad [\text{m/m}]$$

Q200: 弾性コンプライアンス(Elastic compliance)とは?

A: 先ず、コンプライアンスとは一種の物理用語で、力学的振動系を電気機械音響類似で考えるとき、容量に対応する量であり、分かり易くは機械インピーダンスのことである。

次に、弾性コンプライアンス s^H であるが、機械的応力 T と弾性歪み S は、 $T = E \cdot S$ の関係にある。ここで、 E :弾性率である。

しかるに、前述Q100における式(6)にては、弾性歪み S を求める式を議論しており、前述式は定数項が、 $S = (1/E) \cdot T$ と弾性率の逆数となる。この $1/E$ を弾性コンプライアンスまたは弾性歪み定数と称している。

Q201: 弾性コンプライアンス(Elastic compliance)とは? Q200参照

A: 比例限界内でひずみ($e_{xx} \dots$)を応力($\rho_{xx} \dots$)の1次式 $e_{xx} = s_{ij} \cdot \rho_{xx}$ で記述する際に、行列の要素 s_{ij} が弾性コンプライアンス(または弾性ひずみ定数)である。ちなみに、弾性率とは互いに逆行列の関係にある。

Q202: 弾性コンプライアンス(Elastic compliance)とは? Q200、Q201参照

A: 応力 - 歪係数のことで、 $S = s^H T$ の関係にある。

ここで、 S :歪、 T :応力、 s^H :弾性コンプライアンス

なお、弾性コンプライアンス s^H は、弾性率とは逆行列の関係にある。

Q220: ラメの定数(Lame s constants)とは?

A: 等方的な弾性体の弾性率としてラメが1852年に導入したもので、 λ 、 μ で表される。

応力 $\rho_{xx}, \rho_{yy}, \dots$ とひずみ e_{xx}, e_{yy}, \dots の間には、

$$\rho_{xx} = (\lambda + 2\mu) e_{xx} + \lambda (e_{yy} + e_{zz}) + 2\mu e_{xy} \dots; \rho_{yz} = 2\mu e_{yz} \dots \text{の関係がある。}$$

通常使われる4個の弾性率すなわち、ヤング率 E 、剛性率 n 、ポアソン比 ν 、体積弾性率は、ラメの定数として次式で関係づけられる。

$$n = \mu, \quad E = \mu(3\lambda + 2\mu)/(\lambda + \mu), \quad \nu = \lambda + 2\mu/3, \quad \nu = \lambda/(2(\lambda + \mu))$$

Q230: 弾性エネルギー (Elastic energy) とは？

A: 弾性体が変形の結果として内に貯えるエネルギーのことである。別名ひずみエネルギーともいう。状態変化が可逆的で、断熱的または等温的におこる場合には、

応力を $\rho_{ij} = W / \delta e_{ij}$ ($i, j = x, y, z$) のようにあたえるひずみ e_{xx}, e_{xy}, \dots の関数 W が存在する。この W が単位体積当りに蓄えられる弾性エネルギーで、弾性エネルギー関数 (Elastic strain function) または弾性ポテンシャル (Elastic potential) と呼ばれる。微小変形に対しては、 W は弾性率 c_{ijkl} を係数として $W = (1/2) c_{ijkl} e_{ij} e_{kl}$ で与えられる。特に等方性の弾性体では、ラメの定数 λ, μ を用いて次のように書ける。

$$W = (1/2)(e_{xx} + e_{yy} + e_{zz})^2 + (\mu/2)\{2(e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2) + e_{xy}^2 + e_{yz}^2 + e_{zx}^2\}$$

Q240: 弾性率 (Modulus of elasticity) とは？

A1: 弾性体の応力と歪の比を表す定数で、弾性コンプライアンス (Elastic compliance) とは逆行列の関係にある。

A2: フックの法則が成り立つ弾性領域で、弾性体の応力 σ_{xy} と歪 ϵ_{xy} の相関は、

$$\sigma_{xy} = c_{xy} \cdot \epsilon_{xy} \text{ で表せる。この際の } c_{xy} \text{ を弾性率と定義している。}$$

Q250: ヤング率 (Young's modulus) とは？

A: 弾性率の一種で、縦弾性率あるいは伸び弾性率ともいう。

一様な棒に弾性域内で、引張り応力または圧縮応力を与えた場合、 $T = E \cdot \epsilon$ なる関係が成り立つ。この際の定数 E をヤング率 [N/m^2] という。

ここで、 T : 応力 [N/m^2]、 ϵ : 歪み [m/m] である。

なお、一般にヤング率は物質に固有とされるが、超磁歪材料においては磁界中可変となる。

Q260: ヤング率と弾性コンプライアンスとの関係は？

A: ヤング率: Y^H 、弾性コンプライアンス: s^H として $s^H = 1/Y^H$ の関係にある。

具体的な例で、T-Dのヤング率 Y^H は約 3×10^{10} [N/m^2] なので、

$$s^H = 1/Y^H = 1/(3 \times 10^{10}) \text{ [m}^2/\text{N}] = 0.33 \times 10^{-10} \text{ [m}^2/\text{N}] \text{ となる。}$$

Q300: 磁歪の電気・機械エネルギー変換基本式はどのようにして導かれたのか？

A: 磁歪材料に関わる磁氣的、機械的關係式は下記の2式である。

$$B = \mu \cdot H \quad (1)$$

$$S = s \cdot T \quad (2)$$

ここで、 B : 磁歪材料の磁束密度、 μ : 磁歪材料の透磁率、 H : 磁界の強さ、 S : 磁歪材料の機械的歪 (mechanical strain)、 s : 磁歪材料の弾性コンプライアンス、 T : 機械的応力 (mechanical stress) である。

磁歪は、磁氣的な変化が機械的变化 (逆磁歪では、機械的变化が磁氣的変化) をもたらす物理現象なので、式(1)、(2)の B, S と (T, H) の関数とみなされ、式(1)、(2)は以下のように示される。

$$B = B(T, H) \quad (3)$$

$$S = S(T, H) \quad (4)$$

式(3),(4)を微分式で考えて、

$$dB = B / T \cdot H dT + B / H \cdot T dH \quad (5)$$

$$dS = S / T \cdot H dT + S / H \cdot T dH \quad (6)$$

ここで、 $B / H \cdot T = \mu^T$ (機械的応力 $T = 0$ 時の透磁率)、
 $S / T \cdot H = s^H$ (磁界 $H = 0$ 時の弾性コンプライアンス)なので、

$$dB = B / T \cdot H dT + \mu^T \cdot dH \quad (7)$$

$$dS = s^H \cdot dT + S / H \cdot T dH \quad (8)$$

式(7)で、開放回路($H = 0$)の場合、第2項は0となり、

$$dB = B / T \cdot H dT \quad B = d' \cdot T \quad (9)$$

式(8)で、機械的応力がない ($T = 0$)の場合、第1項は0となり、

$$dS = S / H \cdot T dH \quad S = d \cdot H \quad (10)$$

式(9)の d' と式(10)の d 単位はそれぞれ、

$$d' = B/T \quad [(N/(A \cdot m))/(N/m^2)] \quad [m/A]$$

$$d = H/S \quad [(m/m)/(A/m)] \quad [m/A] \quad \text{つまり、} d' \text{ と } d \text{ は同一単位である。}$$

また、電気・機械エネルギー変換において、電気エネルギー密度: $B \cdot H$ [Joule/m³]と機械エネルギー密度: $T \cdot S$ [Joule/m³]は、等しい(ここでは変換効率を考えない)ので、

$$B \cdot H = T \cdot S \quad (11)$$

式(11)を書き換えて、 $B/T = S/H$ $B/T = d' = S/H = d$ (すなわち $d' = d$)となる。

したがって、式(9), (10), (11) から式(7), (8) は、磁歪の電気・機械エネルギー変換基本式(12),(13)に至る。

$$B = d \cdot T + \mu^T \cdot H \quad [(N/m^2)/(A/m)] \quad (12)$$

$$S = s^H \cdot T + d \cdot H \quad [m/m] \quad (13)$$

なお、式(12)、(13)において“ d ”は、 d 定数(d constant)と称して、印加磁界に対する磁歪曲線の勾配の急峻さを示し、磁歪研究者においては重要な指針のひとつである。

Q320: 超磁歪素子Terfenol-Dの d 定数(d constant)はどれくらいか?

A: Terfenol-Dの d 定数は概ね次式となる。

$$d = L / H = 800 \times 10^{-6} / (40 \times 10^3) = 2 \times 10^{-8} \quad [m/A]$$

Q330: 前述Q100の磁歪の基本式(1)における超磁歪素子Terfenol-Dの μ^T はどれくらいか?

A: 基本式(1)は $B = d \cdot T + \mu^T \cdot H$ [(N/m²)/(A/m)] である。ここで、 μ^T は機械的応力 $T=0$ の時の透磁率で、 $\mu^T = \mu_r \cdot \mu_0 = \mu_r \times 4 \times 10^{-7}$ (μ_r : Terfenol-Dの比透磁率、 μ_0 : 真空の透磁率)である。上式にTerfenol-Dの比透磁率: $\mu_r = 9.2$ を代入して、

$$\mu^T = \mu_r \cdot \mu_0 = \mu_r \times 4 \times 10^{-7} = 9.2 \times 4 \times 10^{-7} = 11.56 \times 10^{-6} \text{ である。}$$

Q340: 前述Q100の磁歪の基本式(2)における超磁歪素子Terfenol-Dの d 定数(d constant)が既知なら、磁界 $H = 40 \times 10^3$ [A/m]時の歪 S はどれくらいか?

A: 基本式(2)は $S = s^H \cdot T + d \cdot H$ [m/m] である。ここで、機械的応力 $T = 0$ の場合には上記は、 $S = d \cdot H$ [m/m] となる。これに、前述Q320で求めた d 定数 $d = 2 \times 10^{-8}$ [m/A]

を代入して、 $S = d \cdot H = 2 \times 10^{-8} \times 40 \times 10^3 = 80 \times 10^{-5} = 800 \times 10^{-6}$ [m/m] となる。

Q350: 前述Q330により、超磁歪素子Terfenol-Dの μ^T が $\mu^T = \mu_r \cdot \mu_o = \mu_r \times 4 \times 10^{-7}$
 $= 9.2 \times 4 \times 10^{-7} = 11.56 \times 10^{-6}$ として、磁界 $H = 40 \times 10^3$ [A/m]時の磁束密度Bはどれくらいか？

A: 前述Q100の基本式(1)は $B = d \cdot T + \mu^T \cdot H$ [(N/m²)/(A/m)] であり、機械的応力 $T = 0$ の場合には上記は、 $B = \mu^T \cdot H = 11.56 \times 10^{-6} \times 40 \times 10^3 = 0.462$ [(N/m²)/(A/m)]
0.462 [Tesla]となる。

Q360: 前述Q100の磁歪の基本式(2)における超磁歪素子Terfenol-Dの $H = 0$ 時のヤング
 $Y^H = 2.65 \times 10^{10}$ [N/m²]として、機械的応力 T はどれくらいか？

A: 基本式(2)は $S = s^H \cdot T + d \cdot H$ [m/m]である。ここで、 $H = 0$ の場合には前述の式は、
 $S = s^H \cdot T$ となる。したがって、 $T = S / s^H = S \cdot Y^H$ となる。これに前述Q340で求めた、
 $S = 800 \times 10^{-6}$ [m/m]を代入して、 $T = S \cdot Y^H = 800 \times 10^{-6} \times 2.65 \times 10^{10} = 2.12 \times 10^7$
 $= 21.2 \times 10^6$ [N/m²] 21.2 [MPa]となる。

Q370: 前述Q360において、 $H = 0$ 時に機械的応力 $T = 21.2 \times 10^6$ [N/m²]として、この時に超磁
歪素子Terfenol-D内部に発現する磁束密度Bはどれくらいか？

A: 前述Q100の基本式(1) $B = d \cdot T + \mu^T \cdot H$ [(N/m²)/(A/m)]より $H = 0$ 時には、前述の式
は、 $B = d \cdot T$ [(N/m²)/(A/m)]となる。これに前述Q320で求めた $d = 2 \times 10^{-8}$ [m/A]を
代入して、 $B = d \cdot T = 2 \times 10^{-8} \times 21.2 \times 10^6 = 0.424$ [(N/m²)/(A/m)] 0.424 [Tesla]となる。

電気・機械結合係数 K

Q400: 電気・機械結合係数 K (以降、結合係数Kと略記)の求め方は？

A: $K^2 = d^2 / (\mu^T \cdot s^H)$ (1)

ここで、 d :磁歪定数 $d = \Delta L / H$ [1/(A/m)]、 μ^T :T-Dの透磁率でプリストレス無しの自由
歪状態で測定 [N/A²]、 s^H :弾性コンプライアンス(一定磁界中測定) [1/(N/m²)],
 $s^H = 1 / Y^H$ (Y^H :ヤング率)

Q500: 前述Q400の式(1)から、超磁歪素子Terfenol-Dの結合係数Kを求めるには？

A: 式(1)から結合係数Kを求める際に、他の物理量は下記となる。

$$d = 1.50 \times 10^{-8} \quad [\text{m/A}]$$

(注)Q320においては、 $d = \Delta L / H = 800 \times 10^{-6} / (40 \times 10^3) = 2 \times 10^{-8}$ [m/A]としたが、

d は一義的な値ではなくTerfenol-Dの製造条件や素子寸法によって異なり、例えば素子

寸法: 20mm×120mmLにおける実績では概ね $d = 1.5 \times 10^{-8}$ [m/A]であった。

$$\mu^T = \mu_r \cdot \mu_o = \mu_r \times 4 \times 10^{-7} = 9.3 \times 4 \times 10^{-7} \quad [\text{N/A}^2]$$

$$Y^H = 2.65 \times 10^{10} \quad [\text{N/m}^2]$$

$$s^H = 1 / Y^H = 3.77 \times 10^{-11} \quad [\text{m}^2/\text{N}]$$

これらを式(1)に代入すれば結合係数Kは、 $K = 0.72$ となる。

d定数(d Constant)

Q600: 結合係数 K が既知の場合に磁歪定数のひとつである、 d 定数の求め方は?

A: $K^2 = d^2 / (\mu^T \cdot s^H)$ より、

$$d^2 = K^2 \mu^T \cdot s^H$$

$$d = K (\mu^T \cdot s^H) = K (\mu^T / Y^H)$$

ここで、 Y^H : 磁界一定時のヤング率

g定数(g Constant)

Q650: g Constant[1/T]とは?

A: $g = d / \mu^T$ [(m/A)/(N/A²) A·m/N 1/T]で定義される。 Q20 - b参照。

ここで、 d : d 定数 [m/A] 前述Q500参照。

μ^T : Terfenol-D素子の機械的応力ゼロ時の透磁率で、 $\mu^T = \mu_r \cdot \mu_0 = \mu_r \times 4 \times 10^{-7}$
 $= 9.3 \times 4 \times 10^{-7}$ [N/A²] である。

Q660: g Constantが絡む具体的な計算例は?

A: 例えば逆磁歪発電に関わる計算例として、逆磁歪発電による発電力を求める場合に、前述Q300に示した磁歪の電気・機械エネルギー変換基本式より、

$$B = d \cdot T + \mu^T \cdot H \quad (1)$$

短絡回路(short circuit)では、 $B = 0$ なので、

$$H = -d \cdot T / \mu^T \quad (2)$$

次に、コイル電流と磁界の関係式は、

$$H = NI/L \quad (3)$$

ここで、 N : コイル巻数、 I : 電流(発電においては出力電流)、 L : コイル高さである。

式(3)に式(2)を代入して、

$$I = H \cdot L/N = -d \cdot T \cdot L / (\mu^T N) = -g \cdot T \cdot L/N \quad (4)$$

ここで、 $g = (d / \mu^T)$: g 定数(g Constant)である。したがって、コイル抵抗 R として、発電電力 P は次式(5)で示される。

$$P = I^2 R = (g^2 T^2 L^2 / N^2) \cdot R \quad (5)$$

ちなみに、式(5)から発電力は周波数に依存しないことが分かる。

したがって、式(5)より、逆磁歪発電にてより大きな発電力を得るには、 g 定数が出来るだけ大きいこと(すなわち磁歪曲線が急峻なこと)、超磁歪素子に加わる機械的応力が大きいこと、コイル高さが大きいこと、銅コイル巻線数はあまり多くないこと、等が望ましいことが分かる。

エネルギー密度

Q700: 超磁歪素子Terfenol-D(以降、T-D素子と略記)のエネルギー密度の求め方と計算法は?

A: $E = \mu^T (K \cdot H_{\max})^2 / 2$ (1)

ここで、 μ^T : T-Dのプリストレス無し状態の透磁率

$\mu^T = 9.2 \times 4 \times 10^{-7} = 11.56 \times 10^{-6}$ [H/m] (2)

(補足) μ^T : T-Dの比透磁率 ($\mu_r=9.2$)と真空中の透磁率 ($\mu_0=4 \times 10^{-7}$)の積

つまり、 $\mu^T = \mu_r \times \mu_0 = 9.2 \times 4 \times 10^{-7}$ [H/m]=[m \cdot kg \cdot s $^{-2}$ \cdot A $^{-2}$]

K: T-Dの結合係数 $K = 0.72$ (3)

H_{\max} : 飽和前の最大磁界 $H_{\max} = 80$ [kA/m] (4)

式(2),(3),(4)を式(1)に代入して、

$E = (11.56 \times 10^{-6}) \times (0.72 \times 80 \times 10^3)^2 / 2$
 $= 19.2 \times 10^3$ [(m \cdot kg \cdot s $^{-2}$ \cdot A $^{-2}$) \cdot (A/m) 2]=[m 2 \cdot kg \cdot s $^{-2}$ /m 3] = [J/m 3]

Q750: PZTのエネルギー密度の求め方と実際の計算例は?

A: $E = \tau^T (K \cdot E_{\max})^2 / 2$ (1)

ここで、 τ^T : 自由2価電子定数 $\tau^T = 9.73 \times 10^{-9}$ (2)

K: PZTの結合係数 $K = 0.67$ (3)

E_{\max} : 最大電場強さ $E_{\max} = 8.5 \times 10^5$ [kV/m] (4)

式(2),(3),(4)を式(1)に代入して、

$E = (9.73 \times 10^{-9}) \times (0.67 \times 8.5 \times 10^5)^2 / 2 = 1.58 \times 10^3$ [J/m 3]

Q800: 電気機械エネルギー変換でT-Dロッドに蓄えられた機械的エネルギーの求め方は?

A: 磁界中に蓄えられたエネルギー: $E_e = (1/2)B \cdot H$ (1)

式(1)に $B = \mu \cdot H$ を代入して、

$E_e = (1/2)\mu \cdot H^2$ (2)

式(2)に、結合係数Kとしてエネルギー変換効率:K 2 を乗じて、

$E_{\text{mec}} = (1/2)\mu \cdot H^2 K^2$ (3)

式(3)が磁界によりT-Dロッドに蓄えられた機械的エネルギーである。

Q900: T-Dのエネルギー密度はPZTのエネルギー密度の約何倍か?

A: 前述Q700で算出したT-Dのエネルギー密度とQ750で算出したPZTのエネルギー密度の比から、 $E_{T-D}/E_{PZT} = (19.2 \times 10^3) / (1.58 \times 10^3) \approx 12$ 倍である。

超磁歪アクチュエータの発熱・温度上昇

Q950: コイル損とは何か?

A: 銅コイルの直流抵抗R[]のコイルに電流I[A]を流すと、コイルにI 2 Rのジュール熱が発生する。すなわち、I 2 Rがコイル損である。なお、コイル損は銅損とも称される。

Q1000: 超磁歪アクチュエータを駆動した際、磁界コイルのジュール熱によるアクチュエータ表面の温度上昇を予め求める計算式は?

A: 次式によって求められる。

$T(t) = E / (C_w \times S) \times (1 - \exp(-t/B))$ (1)

ここで、 $T(t)$: 時間 t におけるアクチュエータ表面温度と室温との温度差[]

t : 時間[sec]、 E :消費電力[W] $E=I_{AC}^2 \cdot R/2 + I_{DC}^2 \cdot R$ 、 I_{AC} :アクチュエータ駆動AC電流のpp半値[A]、 I_{DC} :DCバイアス電流[A]、 R :コイル抵抗[]、 C_w :アクチュエータの表面熱伝達率[W/(m²)]、 S :アクチュエータの空気と接する面の表面積[m²]、

B :時定数 $B=C \cdot M/(C_w \times S)$ 、 C :アクチュエータの平均的な比熱[J/(kg)]、

M :アクチュエータの質量[kg]

以上の式を用いて、試みに超磁歪アクチュエータSMT - 50/6についての計算例を示す。

まず、SMT - 50/6の諸条件は、 $I_{AC} = 1.5$ [A]、 $I_{DC} = 0$ [A]、 $R=4.5$ []、 $M = 0.982$ [kg]、 $C_w=7.0$ [W/(m²)]、 $C = 0.11$ [kcal/(kg)] = 460 [J/(kg)]、

$S = (31^2 /4+31 \times 93) \times 10^{-6} = 9.81 \times 10^{-3}$ [m²]、

消費電力 $E = I_{AC}^2 \cdot R/2 + I_{DC}^2 \cdot R = 1.5^2 \times 4.5/2 = 5.06$ [W]、

時定数 $B = C \cdot M/(C_w \times S) = 460 \times 0.982/(7.0 \times 9.81 \times 10^{-3}) = 6.58 \times 10^3$ [sec]

以上を(1)式に代入して、

$T(t) = E/(C_w \times S) \times (1-\exp(-t/B))$

$= 5.06/(7.0 \times 9.81 \times 10^{-3}) \times (1-\exp(-t/6.58 \times 10^3)) = 73.7 \times (1-\exp(-t/6.58 \times 10^3))$

本計算解は、 $t=6.58 \times 10^3$ [sec] 1.83[Hr]後にアクチュエータ表面温度は室温より73.7 上昇して平衡状態に達することを意味する。

Q1100: 磁界コイル抵抗が $R=4.5$ []の超磁歪アクチュエータを $I_{AC} = 1.5$ [A]で連続駆動させるとき、磁界コイル外周に水冷銅ジャケットを配し、内径 6mmの銅管から25 の冷却水を供給して40 の熱交換水を排出させる場合には冷却水の流量は何リットル/分[l/min]になるか。ただし、交流駆動におけるインピーダンス増はこの際考えない。

A: 発生ジュール熱 $E: I_{AC}^2 R = 1.5^2 \times 4.5 = 10.13$ [W] = [J/sec]、コイルのジュール熱を熱交換して40 の温水で排出する場合の流速を v [m/sec]として、

$v = E/(3^2 \times 10^{-6} \times 4.19 \times 1 \times (10^{-3}/10^{-9}) \times (40-25)) = 5.7 \times 10^{-3}$ [m/sec] となる。

したがって、毎分の流量 X は、 $X = (3^2 \times 10^{-6} \times 5.7 \times 10^{-3} \times 60)/1000 = 9.7 \times 10^{-3}$ [l/min] となる。

超磁歪素子Terfenol-Dの渦電流損による発熱

Q1150: 渦電流損(Eddy current loss)とは何か？

A: T-D内部を通る磁束が変化すると電磁誘導により起電力が誘起される。これによってT-D内部には、磁束に垂直な面内でかつ磁束をとりまく方向に渦形に誘導電流が流れる。これが渦電流(eddy current)である。T-D内部に渦電流 i が流れると、 $i^2 R$ なるジュール熱が発生して、投入エネルギーの一部が熱エネルギーとなってエネルギー変換効率が損なわれる。これが渦電流損(Eddy current loss)である。

Q1150b: 渦電流損とは何か？

A: 変動磁界中に置かれた導体には、磁束に垂直な面内に渦形に電流が流れてジュール熱が

発生し、電磁エネルギーの熱損失となる。別名、これを鉄損ともいう。

Q1200：超磁歪素子Terfenol-D素子の渦電流損と使用周波数との相関は？

A: $W_{\text{eddy}} = K d^2 B_{\text{max}}^2 f^2$ [Watt/kg] (1)

ここで、 W_{eddy} :渦電流損(eddy current loss)、 K :渦電流損係数、 d :導体の厚さ[m]、 B_{max} :最大磁束密度[Tesla]、 f :周波数[Hz]である。

したがって、渦電流損は、周波数や導体厚さ(T-D素子の場合は太さすなわち直径)のそれぞれ二乗に比例する。

Q1220：T-D素子の渦電流損を考慮した限界周波数 f_c の求め方は？

A: f_c [Hz] = $0.0687/D^2$

ここで、 D :T-D素子の径または厚さ[m]である。

超磁歪素子Terfenol-Dの磁気ヒステリシス損による発熱

Q1270：磁気ヒステリシス損(magnetic hysteresis loss)とは何か？

A: 強磁性材料を交番磁界中で磁化 減磁させると、磁化過程と減磁過程が同一曲線上の履歴をとらずに閉ループ状の曲線となる。これをヒステリシス曲線と称する。この際、ヒステリシス曲線の内面積はBとHの積で示され、強磁性材料の磁化 減磁過程で費やされるエネルギーであり、交番磁界中ではエネルギーの損失となる。これをヒステリシス損という。したがって、ヒステリシス曲線内の面積が大なるほどヒステリシス損は大きくなる。ヒステリシス損は、小振幅 H の交流磁界中では (H)³ に比例する。

Q1300：ヒステリシス損と使用周波数との相関は？

A: $W_h = \eta \cdot f \cdot B_{\text{max}}$ [Watt/m³]

ここで、 W_h :ヒステリシス損に伴う熱損失、 η :ヒステリシス係数(hysteresis coefficient)、 f :周波数[Hz]、 B_{max} :最大磁束密度[Tesla]である。

なお、 η は磁性体によって定まる係数であるが、残念ながら筆者は肝心のT-D素子についての η について把握していない。ちなみに、ケイ素鋼では $\eta = 300$ 前後につき、T-D素子についても恐らく同レベルにあるのではないかと推察する。

超磁歪素子Terfenol-Dの結晶構造

Q1340：超磁歪素子Terfenol-Dの結晶構造は？

A: 超磁歪素子 Terfenol-D 結晶の組成は原子比で $Tb_{0.27}Dy_{0.73}Fe_{1.9}$ をとる。Terfenol-D すなわち $Tb_{0.27}Dy_{0.73}Fe_{1.9}$ の結晶構造は、ラーベス相(Laves phase)と称して、Strukturbericht 分類に基づけば C15 型(具体例では $MgCu_2$ 型)をとる。

具体的には、図 3.1.2-1 が Terfenol-D 結晶を構成するラーベス相の単位格子である。図中の大きな黒丸が希土類金属の Tb と Dy (構成比: $Tb_{0.27}Dy_{0.73}$) で、小さな白丸が遷移金属の Fe である。Terfenol-D を構成する単位格子の配位数は、Tb, Dy 原子数の合計 8 配位、Fe 原子数の合計 16 配位、 R_8Fe_{16} すなわち RFe_2 の構成をとる。以上の説明では分かりにくいと思われる

るので、図 3.1.2-2 に示すように単位格子を主格子と副格子に分けて考えると、主格子部分は Tb, Dy 原子だけよりなる面心立方晶であることが分かる。次に、副格子部分は Tb, Dy 原子よりなる 1 組の大きな正四面体と Fe 原子よりなる 4 組の小さな正四面体であることが分かる。単位格子を構成する主格子、副格子それぞれの配位数を合計すれば RFe_2 の構成であることが分かる。ちなみに、Terfenol-D について図 3.1.2-1 に見られる単位格子の一辺の寸法はおおよそ 0.73 nm (7.3 Å) である。したがって、磁歪 2,000ppm が発生している場合であっても、単位格子当たりとマイクロに考えれば弾性歪みはわずか $1.4 \text{ pm} (1.4 \times 10^{-12} \text{ m})$ 程度にすぎない。

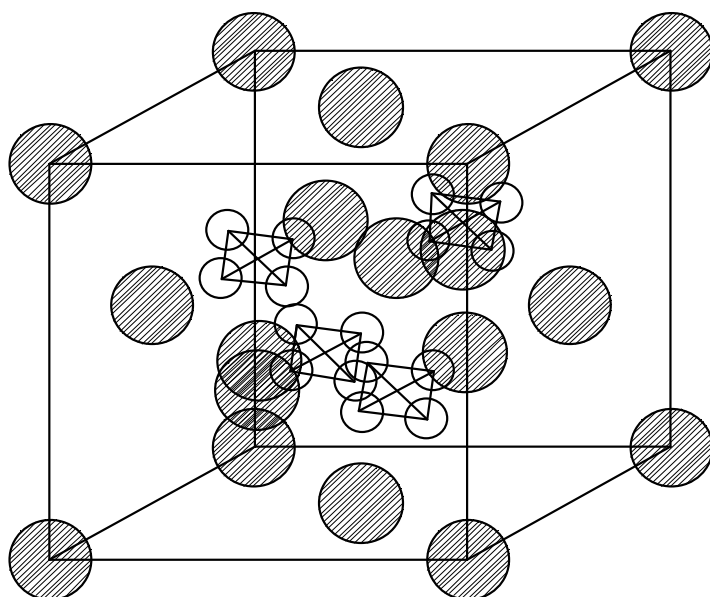
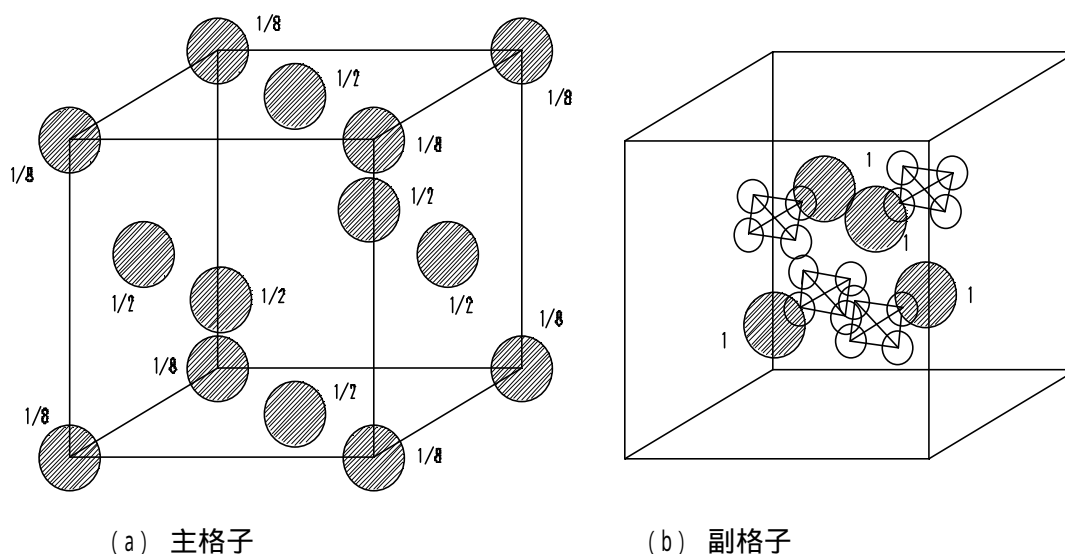


図 3.1.2-1 MgCu₂ 型ラーベス相結晶構造



(a) 主格子

(b) 副格子

図 3.1.2-2 ラーベス相結晶構造を主格子と副格子に分離

(a) 面心立方晶格子で Tb, Dy 原子のみで単位格子内の配位数 4

(b) 正四面体格子群で Tb, Dy 原子の配位数 4、Fe 原子の配位数 16

次に、Terfenol-D は結晶の<111>軸方向に磁歪発現の元となる強い結晶磁気異方性を有するが、前述の図では分かりにくいので、図 3.1.2-1 を<111>軸方向が紙面の上下方向となるように描き直したものを図 3.1.2-3 に示す。図の Terfenol-D 結晶に対して<111>軸方向と平行に外部から磁界を印加すると、<111>軸方向に磁界の強さに応じて最大 2,000ppm もの巨大な磁歪が発現される。ちなみに、物質の体積不変の法則から、<111>軸方向に磁歪すなわち弾性変位（膨張）する際には、同時に、<111>軸方向から 90 度ラジアル方向には負の弾性変位（収縮）する。分かり易くは、長手方向に伸びれば、同時に、横方向にはわずかに縮んでいる。

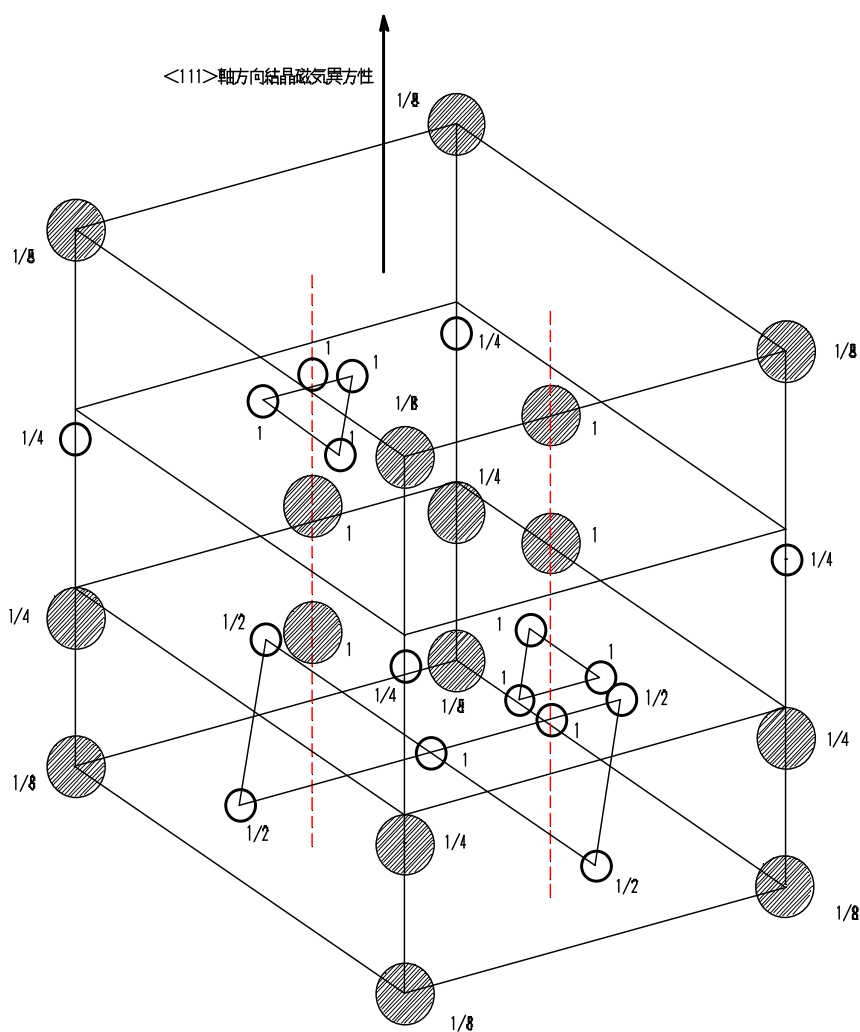


図 3.1.2-3 ラーベス相結晶構造を<111>軸方向主体に書き換えた図
紙面の上下方が<111>軸方向

Q1350: ラーベス相(Laves Phase)とは？

A: AB_2 系の金属間化合物において、AとBの原子半径比がおよそ1.2:1の場合に、 $MgZn_2$ 、 $MgCu_2$ 、 $MgNi_2$ に代表される結晶構造をとる。これらの結晶構造をラーベス相と称する。ちなみに

超磁歪材料Terfenol-Dは、 $MgCu_2$ 系に分類され、主格子は全てTb原子とDy原子により面心立方型の結晶構造(配位数4)を有し、副格子はFe原子4個で正四面体を計四組(配位数16)とTb原子とDy原子よりなる大きな正四面体一組(配位数4)で構成され、これらが面心立方型の主格子中に納まっている。したがって、合計配位数は R_8Fe_{16} RFe_2 である。

Q1350b: ラーベス相とは?

A: RFe_2 系の立方晶系金属間化合物相のことである。

Q1350c: RFe_2 (ラーベス相C-15型)の格子定数は?

A: Z 軸で 7.33 である。

Q1370: T-Dの磁化容易軸(Magnetic easy axis)は111軸方向であるが、実際の結晶成長方向は112軸方向である。しからば、111軸と112軸との傾き角度は何度か?

A: Fig22より、磁化容易軸である111軸と結晶成長方向の112軸との間には以下の関係が成り立つ。

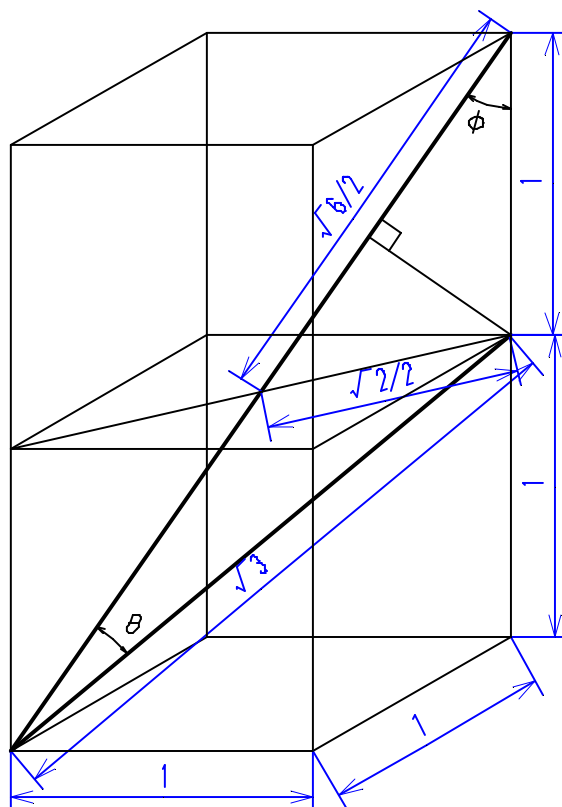


Fig22 111軸と112軸との傾き角度

$$3 \sin \theta = 1 \sin \phi \quad (1)$$

$$\sin \phi = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

ここで、 θ : 111 軸と 112 軸との傾き角、 ϕ : 111 軸と 001 軸との傾き角である。

(2)を(1)に代入して、

$$\sin \theta = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{3}$$

ゆえに、 $\theta = \arcsin(1/3) = 19.5$ 度となる。

Q1380: TbFe₂ の磁化容易軸方向は？

A: 111軸方向である。

Q1380b: DyFe₂ の磁化容易軸方向は？

A: 100軸方向である。

その他の備忘録

<インダクタンス>

Q1400: インダクタンス (Inductance) とは何か？

A: コイルに電流が流れると磁界が発生する。磁界を形成する磁束はコイル電流と鎖交している。

この時、磁束 Φ はコイル電流 I に比例し次式の関係となる。

$$\Phi = L \cdot I \quad [\text{Wb}] \quad (1)$$

式(1)における比例定数 L をインダクタンス(正しくは「自己インダクタンス」と云う。

L の単位は [Henry H Wb/A] である。

なお、インダクタンスには自己インダクタンス (Self-inductance) と相互インダクタンス (Mutual-inductance) とがあり、前述式(1)の L は自己インダクタンスと呼ばれる。

Q1420: 相互インダクタンス (Mutual-inductance) とは何か？

A: 独立したコイルを2つ、互いに磁束が影響し合うようにコイル面同士を対向設置し、一方のコイル1に電流 I_1 を流すと Φ_{21} の磁束が発生し、それによってもうひとつのコイル2内を Φ_{21} の磁束が貫通する。その関係は次式で示される。

$$\Phi_{21} = M_{21} \cdot I_1 \quad (1)$$

ここで、磁束 Φ_{21} は磁束 Φ_1 より小さい。理由は、磁束の漏洩を生じ必ずしも全磁束が他のコイル2内を貫通しないことによる。

逆に、上なるもうひとつのコイル2の方に電流 I_2 を流すと Φ_{12} の磁束が発生し、それによって先のコイル1に Φ_{12} の磁束が貫通する。その関係は次式で示される。

$$\Phi_{12} = M_{12} \cdot I_2 \quad (2)$$

式(1)、(2)の M_{21} と M_{12} は相互インダクタンス (Mutual-inductance) と呼ばれる。なお、一組のコイルについては M_{21} と M_{12} は同じ値となり、

$$M_{21} = M_{12} = M \quad [\text{H}] \quad (3)$$

つまり、 M が相互インダクタンス (Mutual-inductance) である。また、コイル1の全磁束 Φ_1 がコイル2を貫通し、逆にコイル2の全磁束 Φ_2 がコイル1を貫通する場合には、相互インダクタンス M と自己インダクタンス L の間には次式の関係が成り立つ。

$$M = \pm (L_1 \cdot L_2) \quad [\text{H}] \quad (4)$$

ただし、一般に漏れ磁束があるので、式(4)は次のようになる。

$$M = \pm k (L_1 \cdot L_2) \quad [\text{H}] \quad (5)$$

Q1430: インダクタンスはどの様なときに重要か？

A: 電磁誘導による起電力や磁界エネルギーを求めるときに不可欠である。例えば、逆磁歪発電の議論には欠かせない。

Q1430b: インダクタンスはどの様なときに必要か？

A: 例えば、逆磁歪発電における誘導起電力の大小はインダクタンス量の影響を受ける。すなわち、インダクタンスLの値が大きければ逆起電力が大きく、Lが小さければ逆起電力が小さい。一般に、Lはコイルの単位長さ当たりの巻数が多いほど、コイル断面半径が大きいほど、コイル長さが長いほど大きな値をとる。

<起電力>

Q1450: 逆起電力(Counter electromotive force)とは？

A: 回路に電磁誘導により、回路内に逆方向に発生する起電力のことである。例えば、インダクタンスを有する回路で電流変化させると逆起電力が発生する。

Q1470: 磁束 の変化に伴って発生する誘導逆起電力eは？

A: $e = -d \Phi / dt$ [V] (1)

また、前述Q1400の式(1) $\Phi = L \cdot I$ [Wb]より、

$$e = -d \Phi / dt = -L di / dt$$
 [V] (2)

Q1480: 回路に流れる電流iが時間変化するとどうなるか？

A: 電流iが時間変化すると回路を貫く磁束 が変化する。その結果、回路にはファラデーの法則により、

$$e = -d \Phi / dt = -L di / dt$$
 [V] (1) なる逆起電力が発生する。

ここで、L: 自己インダクタンス [H] である。なお、逆起電力は回路のiおよび の変化を妨げる方向に発生する。

Q1490: コイルに正弦波電流を流した時に発生する誘導逆起電力は？

A: $e =$ 電流実効値を*I*として、正弦波電流 $i = (\sqrt{2}) I \cdot \sin(\omega t)$ 、

$$Q1420の式(2)より、 e = -d \Phi / dt = -L di / dt = - (\sqrt{2}) L \cdot I d \sin(\omega t) / dt$$

$$= - (\sqrt{2})^2 \cdot L \cdot I \cdot \cos(\omega t)$$
 [V]

Q1500: 前述のQ1490より、誘導逆起電力eに打ち勝って正弦波電流iを流すのに必要な供給電圧e₀は？

A: e₀ = -eなので、

$$e_0 = -e = (\sqrt{2})^2 \cdot L \cdot I \cdot \cos(\omega t) = (\sqrt{2})^2 \cdot L \cdot I \cdot \sin(\omega t + \pi/2)$$
 [V] (1)

なお、式(1)中の($\sqrt{2} L I$)は供給電圧の実効値Eであり、

$$E = \sqrt{2} L I$$
 [V] である。

ここで、定数部分 $\sqrt{2} L I$ は、誘導リアクタンス(Inductive reactance)X_L と称され、オームの法則における抵抗と同じ意味を有し、単位は[Ω]となる。

Q1550: 発電機の原理は？

A: コイル(断面積S)を一定磁界中におき、コイルの1/2Sの位置を中心に角速度 ω で回転させ

るとき、コイルによって切られる磁束 Φ は、

$$\Phi = B \cdot S \cdot \sin(\omega t) \quad (1)$$

$$e = -d\Phi/dt \quad (e: \text{起電力}) \quad (2)$$

式(2)式に(1)式を代入して、

$$e = -B \cdot S \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \quad (3)$$

$$I = e/R = -(1/R) \times B \cdot S \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \quad (4) \quad \text{ここで、} I: \text{電流である。}$$